

文章编号: 1671-7449(2021)02-0181-04

# 基于共轭虚拟阵列的稳健波束形成方法

薛丽, 张 骄

(山西大学 物理电子工程学院, 山西 太原 030006)

**摘要:** 针对提高阵列天线波束性能问题, 本文提出了基于共轭虚拟阵列的信号导向矢量扩展方法. 利用共轭虚拟阵元扩展阵列, 增大了阵列孔径却不改变实际阵元数, 降低了副瓣电平并且不会增加天线制造成本. 在虚拟阵列的基础上对信号导向矢量进行扩展, 使阵列波束形成效果更加稳健. 本文通过在有无干扰以及存在幅度和相位误差情况下对 11 个阵元阵列天线进行仿真, 分析比较了原始阵列波束、虚拟阵列波束以及扩展导向矢量后的波束, 验证了本文方法的有效性.

**关键词:** 波束形成稳健性; 虚拟阵列; 导向矢量; 副瓣电平

**中图分类号:** TN820.1   **文献标识码:** A   **doi:** 10.3969/j.issn.1671-7449.2021.02.015

## Robust Beam-Forming Method Based on Conjugate Virtual Array

XUE Li, ZHANG Jiao

(School of Physics and Electronics Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

**Abstract:** In order to improve the performance of antenna array beam-pattern, this paper proposes a method of signal steering expansion based on conjugate virtual array. Conjugated virtual array elements are used to expand the array and the array aperture is increased without changing the actual number of array elements. The side-lobe level is reduced while the manufacturing cost of the antenna is not increased. The signal steering vector is extended on the basis of the virtual array to make the array beam-forming effect more robust. In the case of amplitude and phase errors existing, 11 array antennas are simulated with and without the interference. The effectiveness of the above method is verified by comparing the simulation results of the original array beam-pattern, the virtual array beam-pattern and the beam-pattern after expanding the steering vector.

**Key words:** beam-forming robustness; virtual array; steering vector; side-lobe level

## 0 引 言

目前, 阵列天线信号处理在通信、雷达等领域有着广泛的应用, 与传统天线相比, 阵列天线具有能够根据需要来调节辐射方向的性能优势. 而对于阵列天线信号处理, 最基础的就是对波束形成的综

合研究, 包括如何降低旁瓣电平、如何提高波束方向性等. 随着社会对通信精度要求的提高, 需要获取更多的有用信息并且抑制存在的干扰. 然而, 对于阵列天线, 研究人员发现, 要获取更多的有用信息, 就需要增加阵列阵元数, 也就是说, 阵列信号处理的能力与阵元数有关, 阵元数越多, 阵列信号

收稿日期: 2020-09-07

基金项目: 山西省高校科技创新资助项目(2019L0111)

作者简介: 薛 丽(1995-), 女, 硕士生, 主要从事阵列天线的波束赋形研究.

通信作者: 张 骄(1986-), 女, 讲师, 硕士生导师, 主要从事阵列天线图像重建及信号处理等研究.

处理的能力也就越强<sup>[1]</sup>，但是，这样会增大天线的制作成本，在实际应用中也不便于安装。为了解决以上问题，虚拟阵列的波束形成应运而生。

虚拟阵列的波束形成是在原有阵列的基础上，在阵元间内插或是向阵列两边增加虚拟阵元，形成虚拟阵列，这样做既可以降低副瓣电平，提高阵列天线性能，又不改变实际阵元数，即不增加制造成本。现阶段，虚拟阵列天线波束形成的方法主要有：基于阵列平移的虚拟天线方法<sup>[2]</sup>、基于内插的虚拟天线方法<sup>[3]</sup>及基于高阶累积量的虚拟天线方法<sup>[4,5]</sup>等。

本文针对降低副瓣电平以及存在干扰的情况下波束性能更稳健的问题，提出基于共轭虚拟阵列<sup>[6]</sup>的导向矢量扩展<sup>[7]</sup>方法。在虚拟阵列的基础上再将信号的导向矢量进行扩展，使形成的波束有更低的副瓣电平以及更稳健的波束性能。

### 1 信号模型及波束形成方法

设有  $N$  个阵元的阵列天线，波长  $\lambda$ ，相邻两阵元的间距为  $d$ ，入射信号角度为  $\theta_0$ ， $s(\theta_0)$ ， $a_0(t)$  分别为信号的归一化导向矢量和幅度，则  $t$  时刻阵列的接收数据可表示为<sup>[8]</sup>

$$x(t) = a_0(t)s(\theta_0) + \sum_{p=1}^p a_p(t)s(\theta_p) + n(t), \tag{1}$$

式中： $\theta_p$ ， $s(\theta_p)$ ， $a_p(t)$  分别为干扰信号的角度、归一化导向矢量和幅度， $n(t)$  为高斯白噪声。并且  $s(\theta_p) = \frac{1}{\sqrt{N}} [1 \quad e^{-j2\pi\frac{d}{\lambda}\sin\theta_p} \quad \dots \quad e^{-j2\pi(N-1)\frac{d}{\lambda}\sin\theta_p}]^T$ ， $(p=0,1,2,\dots,P)$ 。令干扰加噪声的信号为

$$x_{i+n} = Dh(t) + n(t), \tag{2}$$

式中： $D=[s(\theta_1) \quad s(\theta_2) \quad \dots \quad s(\theta_p)]$ ， $h(t)=[a_1(t) \quad a_2(t) \quad \dots \quad a_p(t)]^T$ 。则干扰加噪声的协方差矩阵为

$$R_{i+n} = E[x_{i+n}(t)x_{i+n}^H(t)] = DAD^H + \sigma^2 I, \tag{3}$$

式中： $A=E[h(t)h^H(t)]$ ， $\sigma^2 I=E[n(t)n^H(t)]$ ，利用最小方差无失真响应(MVDR)算法<sup>[9]</sup>得到权矢量为

$$W = \frac{R_{i+n}^{-1}s(\theta_0)}{s^H(\theta_0)R_{i+n}^{-1}s(\theta_0)}, \tag{4}$$

则波束方向图为

$$F = |W^H x(t)|^2. \tag{5}$$

### 2 虚拟阵列构建

如图 1 所示，编号 0 到  $N-1$  为实际阵元，以

第 0 号阵元为参考，则第  $n$  个阵元的接收信号为<sup>[10]</sup>

$$x_n(t) = a_0(t)s_n(\theta_0) + \sum_{p=1}^P a_p(t)s_n(\theta_p) + n_n(t). \tag{6}$$

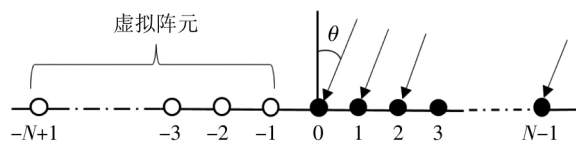


图 1 虚拟阵列结构示意图

Fig.1 Virtual array structure diagram

第  $-n$  个虚拟阵元的接收信号可以表示为

$$x_{-n}(t) = x_n^*(t) = a_0(t)s_{-n}(\theta_0) + \sum_{p=1}^P a_p(t)s_{-n}(\theta_p) + n_n^*(t), \tag{7}$$

式中： $s_n(\theta_p) = e^{-j2\pi n\frac{d}{\lambda}\sin\theta_p}$ ， $s_{-n}(\theta_p) = e^{-j2\pi(-n)\frac{d}{\lambda}\sin\theta_p}$ ， $(p=0,1,2,\dots,P)$ 。则总的  $2N-1$  个阵元的接收信号可以表示为

$$x(t) = a_0(t)s(\theta_0) + \sum_{p=1}^P a_p(t)s(\theta_p) + n(t). \tag{8}$$

### 3 扩展导向矢量

在形成虚拟阵列的基础上，将信号的导向矢量扩展为  $(2N-1) \times b$  维的导向矩阵，即

$$M = [s(\theta_0) \quad s(\theta_0 + \Delta\theta) \quad \dots \quad s(\theta_0 + (b-1)\Delta\theta)], \tag{9}$$

式中： $\Delta\theta$  表示角度稳健因子； $b$  为导向矩阵的维数，根据 MVDR 算法，得到权矢量

$$W = \frac{R_{i+n}^{-1}M}{s^H(\theta_0)R_{i+n}^{-1}MM^Hs(\theta_0)}. \tag{10}$$

波束方向图为： $F = \|W^H x(t)\|^2$ 。

当信号导向矢量存在幅度相位误差时，则导向矢量表示为

$$S(\theta) = Us(\theta_0), \tag{11}$$

式中： $U = \text{diag}[l_1 e^{-j\beta_1} \quad l_2 e^{-j\beta_2} \quad \dots \quad l_{2N-1} e^{-j\beta_{2N-1}}]$ ， $l_{2N-1}$  为幅度误差， $\beta_{2N-1}$  为相位误差。

### 4 仿真及结果验证

本文通过仿真实例验证了所提出方法的有效性。给定阵元数为 11 的阵列，即  $N=11s$ ，加入虚拟阵元后，总阵元数变为  $2N-1=21$ 。导向矢量被扩展为 3 维的导向矩阵，即  $b=3$ ， $\Delta\theta=1^\circ$ 。

第 1 个仿真实例为无干扰情况下原始阵列和

虚拟阵列形成的波束图. 如图 2 所示, 可以看出进行虚拟扩展后的波束图副瓣电平明显降低, 原始阵列最高副瓣电平为  $-13.03$  dB, 而虚拟扩展后, 最高副瓣电平降为  $-13.23$  dB.

第 2 个仿真实例为无干扰情况下, 虚拟阵列与扩展信号导向矢量后, 阵列形成的波束方向图. 如图 3 所示, 在虚拟阵列的基础上扩展导向矢量后, 形成的波束方向图主瓣较虚拟阵列形成的波束图主瓣更宽, 说明了信号导向矢量扩展后形成的波束更加稳健, 且最高副瓣电平从  $-13.23$  dB 降为  $-15.57$  dB.

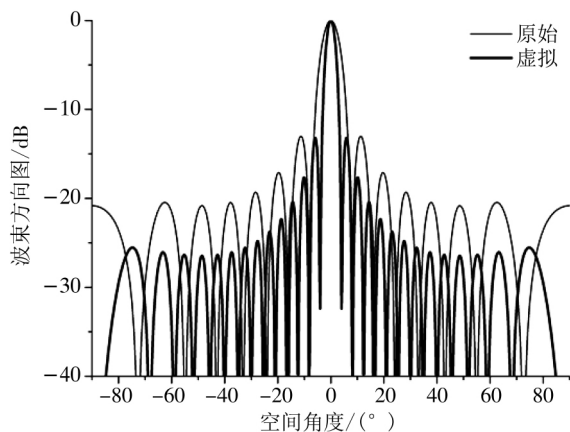


图 2 原始和虚拟阵列的波束图

Fig. 2 Beam pattern of original and virtual arrays

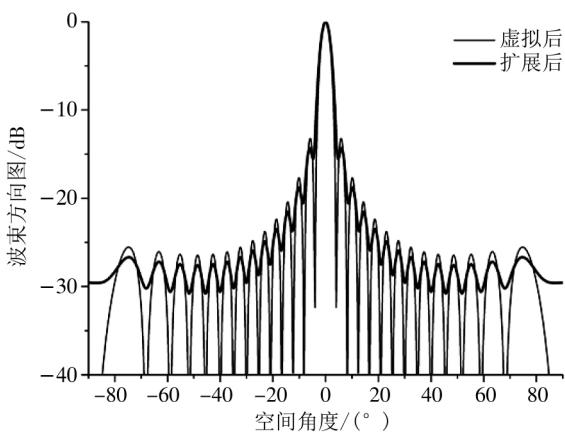


图 3 虚拟与扩展后阵列的波束图

Fig. 3 Beam pattern of virtual and extended array

在第 3 个仿真实例中, 加入 3 个干扰, 且干扰方向分别为  $-60^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $40^\circ$ , 干噪比为 30 dB, 如图 4 所示, 可以看出虚拟阵列和扩展信号导向矢量后, 阵列形成的波束方向图都能够抑制干扰, 但是扩展后的阵列方向图主瓣更宽且只在干扰方向有零陷, 从而保证扩展后的阵列波束更加稳健.

图 5 为信号导向矢量存在幅度相位误差时的波束方向图, 可以看出, 在干扰方向, 虚拟阵列波

束和扩展信号导向矢量后阵列形成的波束都能准确的抑制干扰, 但是, 随着幅度相位误差的增大, 虚拟阵列的波束方向图主瓣逐渐向右偏移, 而扩展后的阵列方向图主瓣位置仍然保持不变, 且副瓣电平低于虚拟阵列方向图的副瓣电平, 证明了扩展后波束具有更好的稳健性.

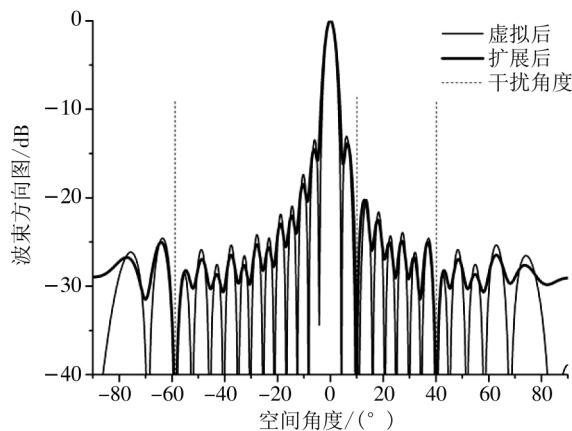


图 4 有干扰情况

Fig. 4 With interference situation

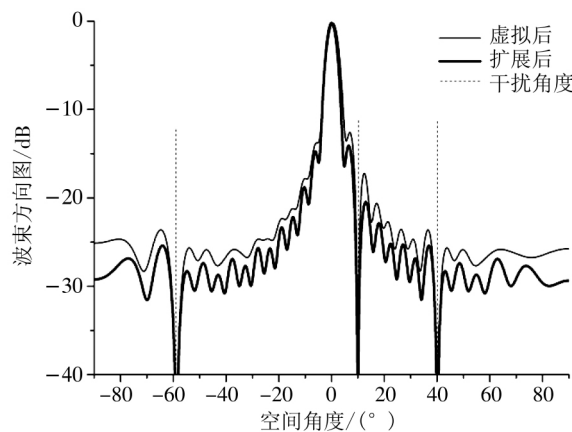


图 5 存在幅度相位误差

Fig. 5 With amplitude and phase error

## 5 结 论

本文针对降低副瓣电平以及提高波束稳健性问题, 提出了基于共轭虚拟阵列的信号导向矢量扩展方法. 在给定阵元数量下, 对阵列进行虚拟扩展, 并在虚拟扩展的基础上进行信号导向矢量扩维, 分别对有无干扰的情况进行了仿真分析, 仿真结果表明, 虚拟扩展后副瓣电平比原始阵列更低, 且扩展后阵列具有更稳健的波束形成效果.

参考文献:

[1] 潘菲. 阵列天线虚拟扩展及其波束形成研究[D]. 天津: 天津理工大学, 2019.

- [ 2 ] 罗展. 基于虚拟阵列技术的 DOA 估计研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2012.
- [ 3 ] Gershman A B, Bohme J. A note on most favorable array geometries for DOA estimation and array interpolation [J]. *Signal Processing Letters*, 1997, 4(8): 232-235.
- [ 4 ] Grosicki E, Abed-Meraim K, Hua Y. A weighted linear prediction method for near-field source localization [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005 53(10): 3651-3660.
- [ 5 ] Chevalier P, Ferreol A, Albera L. High-resolution Direction Finding From Higher Order Statistics: the MUSIC Algorithm [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(8): 2986-2997.
- [ 6 ] Salameh A, Tayem N. Conjugate Music for Non-Circular Sources[C]. 2006 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing Proceedings. IEEE, 2006.
- [ 7 ] 方玉河, 李哲, 曹永兴等. 基于导向矢量扩维的稳健波束形成方法[J]. *南京理工大学学报*, 2018, 42(6): 90-94.
- Fang Yuhe, Li Zhe, Cao Yongxing, et al. Robust beam-forming based on steering vector extension [J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2018, 42(6): 90-94. (in Chinese)
- [ 8 ] 沈肖雅, 葛俊祥, 王奇. 一种稳健自适应波束形成算法[J]. *中国电子科学研究院学报*, 2019, 14(4): 47-54.
- Shen Xiaoya, Ge Junxiang, Wang Qi. A Robust Adaptive Beam-forming Algorithm [J]. *Journal of CAEIT*, 2019, 14(4): 47-54. (in Chinese)
- [ 9 ] Swindlehurst A L, Stoica P. Maximum likelihood methods in radar array signal processing [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1998, 86( 2): 421-441.
- [10] 倪淑燕, 程乃平, 倪正中. 非圆信号虚拟阵列波束形成算法[J]. *航天电子对抗*, 2010(5): 11-15.
- Ni Shuyan, Cheng Naiping, Ni Zhengzhong. Virtual array beam-forming algorithm for non-circular signal [J]. *Aerospace Electronic Warfare*, 2010(5): 11-15. (in Chinese)

---

## 声 明

本刊已许可中国知网、万方数据知识服务平台、超星网等多家单位以数字化方式复制、汇编、发行、信息网络传播本刊全文。本刊支付的稿酬已包含上述各家网络著作权使用费, 所有署名作者向本刊提交文章发表之行为视为同意上述声明。如有异议, 请在投稿时说明, 本刊将按作者说明处理。

---