



基于 MIAB 摩阻模型的有压管道水锤数值模拟

刘光¹, 吴国鸿^{2*}, 吴如坤¹

(1. 海军潜艇学院, 山东 青岛 266042; 2. 清华大学能源与动力工程系流体机械及工程研究所, 北京 100084)



刘光

摘要: 为提高 1D 水锤模型对有压管道瞬变流预测精度, 在传统 1D 恒定摩阻模型中引入额外的瞬时附加摩阻项, 建立了改进的非恒定摩阻模型. 利用 2 个模型分别对 3 种不同初始流速工况的水库-管道-阀门系统压力瞬变特性进行数值模拟, 并对比了不同模型的预测精度. 结果表明: 恒定摩阻模型和非恒定摩阻模型的压力波在第 1 个周期内的压力变化预测值均与试验值较为接近. 而在第 1 个压力波周期以后, 二者在低流速工况预测的压力峰值与试验值误差分别为 10.3% 和 4.7%. 改进的非恒定摩阻模型预测精度大幅提高. 对压力波传播特性的研究表明, 压力波在系统内不同位置处的传播和反射特性存在明显不同: 在 1 个水锤波周期内, 压力波在水箱处受到压强差作用产生全负反射, 而在阀门处由于微流段的速度变化为 0, 仅改变了方向. 研究结果能够为有压管道的安全稳定运行和优化设计提供一定的参考.

关键词: 压力管道; 瞬变流动; 非恒定摩阻; 快速关阀; 负反射

中图分类号: TV134.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-8530(2023)10-1037-06

DOI: 10.3969/j.issn.1674-8530.23.0081

刘光, 吴国鸿, 吴如坤. 基于 MIAB 摩阻模型的有压管道水锤数值模拟[J]. 排灌机械工程学报, 2023, 41(10): 1037-1042.

LIU Guang, WU Guohong, WU Rukun. Numerical simulation on water hammer in pressurized pipeline based on MIAB model[J]. Journal of drainage and irrigation machinery engineering(JDIME), 2023, 41(10): 1037-1042. (in Chinese)

Numerical simulation on water hammer in pressurized pipeline based on MIAB model

LIU Guang¹, WU Guohong^{2*}, WU Rukun¹

(1. Navy Submarine Academic, Qingdao, Shandong 266042, China; 2. Institute of Fluid Machinery and Engineering, Department of Energy and Power Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In order to improve the predictive accuracy of 1D water hammer model for transient flow in pressurized pipelines, an additional transient friction term was introduced into the traditional 1D steady friction model and an improved unsteady friction model was developed. Using these two models, the pressure transient characteristics of a reservoir-pipeline-valve system were numerically simulated for three different steady-state initial flow velocity conditions. The predictive accuracy of the two models was compared. The results indicate that both the steady friction model and the improved unsteady friction model closely approximate the pressure variations in the first period of the pressure wave, in accordance with experimental values. However, after the first pressure wave period, the errors in predicting pressure peak values for low initial velocity conditions are 10.3% and 4.7% for the steady and un-

收稿日期: 2023-05-07; 修回日期: 2023-07-23; 网络出版时间: 2023-10-08

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/32.1814.TH.20231007.0914.008>

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52079066); 军事训练条件建设项目(4142Z1441)

第一作者简介: 刘光(1985—), 男, 江苏连云港人, 讲师(253826273@qq.com), 主要从事防险救生技术研究.

通信作者简介: 吴国鸿(1990—), 男, 甘肃张掖人, 助理研究员(wu_gh1990@163.com), 主要从事水力机械过渡过程研究.

steady friction models respectively. The improved unsteady friction model shows significantly enhanced predictive accuracy. Research into pressure wave propagation characteristics reveals distinct differences in wave propagation and reflection behavior at different locations in the system. During one water hammer period, pressure waves experience complete negative reflection at the reservoir due to pressure difference effects, while at the valve, the waves only change direction due to negligible velocity change in the micro-fluid section. These findings contribute valuable insights into the safe and stable operation as well as optimization design of pressurized pipelines.

Key words: pressurized pipeline; transient flow; unsteady friction; quick valve closure; negative reflection

压力输水管道是灌溉管网、民用输调水工程、水泵和水电站等现代管道水力系统中的重要组成部分,在潜艇脱险系统及岸港模拟训练系统中也有广泛应用,其稳定运行对可靠、安全地输送液体至关重要^[1-2].在压力管道中,瞬变流会造成沿管道传播的压力波和水锤现象,是系统可变载荷的来源,在特定的情况下会造成水力系统的严重故障^[3].因此,在各类水力系统的设计、制造和运行阶段,可靠的瞬变流动分析方法和抵消其破坏性影响的手段至关重要.尽管经过多年的研究,管道中的瞬变流动及相关的水锤现象还是没能被深入认识和数学定义.

近年来,管道瞬变流动的数值模拟研究已取得很大进展.在空间尺度上,由 1D 模拟发展到(准)2D 模拟,乃至 3D 模拟.其中 2D 模拟计算考虑了管道截面的速度分布,相比 1D 模拟能够获得更多的流动信息,但由于其采取了轴对称假设,从而无法考虑动量方程中的径向速度分量以及导数,并且其假设横截面压力为常数,这与实际情况并不符合^[4].3D 模拟方法可以同时考虑管道内 3 个方向的速度分量,获得管道系统的瞬态特性以及详细的流场信息,因此被广泛应用于包括管道非对称流动特性在内的整体流场信息研究.但其缺点是对于计算资源的要求很高,全流道计算时间很长,难以满足大多数工程实际的应用需求^[5].相比于 2D 及 3D 模拟,1D 模拟以其精度高、处理简单、消耗计算资源少等特点,得到了广泛应用.

目前大多数相关文献中 1D 瞬变流模型中采用的是稳态假说,即假定管道瞬态流动中的摩擦损失与稳定流动条件下确定的摩擦损失相等.该假说被认为是造成试验测试结果与水锤过程中压力变化计算结果之间差异的最重要原因之一.为了获得可靠的水锤模拟结果,需要充分考虑对瞬变流动中摩擦损失的影响.目前已有的摩阻模型包括基于层流和湍流流动开发的模型^[6-8],这些模型虽然能够获

得较准确的结果,但对计算的要求非常高.在进一步的研究中,学者们^[9-11]提出了考虑水锤过程摩擦力瞬时效应的 Zielke 和 Vardy-Brown 近似模型(等效模型).另一方面,BRUNONE 等^[12]提出了基于瞬时加速度的 MIAB (modified instantaneous acceleration based model, MIAB) 模型,该模型在预测水锤波衰减时得到了较准确的结果,尤其对于高雷诺数瞬变流动.

在试验方面,一些学者^[13-14]通过建立水力管道系统,对管道瞬变流动的压力瞬变特性进行了研究.还有一些学者^[15-19]采用 PIV,LDV 等先进测试技术探究了瞬变流动局部流场和壁面剪切应力等特性.除此之外,EGGELS 等^[20]介绍了大量非空化条件下管道中的瞬变流动研究,为摩阻模型的对比验证提供了重要参考.此外,MARTINS 等^[21]建立了典型水箱-管道-阀门系统,并包含确定阀门关闭规律下不同雷诺数工况的试验数据,也能用于对不同摩阻模型的验证.

文中在 1D 恒定摩阻模型研究的基础上,引入包含恒定摩阻和附加瞬时摩阻的改进非恒定 MIAB 摩阻模型,并结合压力管道的特征线法,对压力管道的瞬变流动开展理论与数值研究,并将不同模型计算得到的压力演变与试验测量数据进行对比,以进一步验证不同摩阻模型在管道瞬变流动计算中的适用性.

1 瞬变流摩阻模型

为了对比管道瞬变流模型的适用性和预测精度,采用 1D 恒定摩阻模型(1D-SF)和 1D 非恒定摩阻模型(1D-UF)开展数值计算.

1.1 瞬变流动控制方程

管道瞬变流动的 1D 控制方程含如下连续性方程和运动方程

$$v \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + v \sin \varphi = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + gJ = 0, \quad (2)$$

式中: v 为平均流速, m/s ; H 为压力水头, m ; a 为管中压力波速, m/s ; g 为重力加速度, m^2/s ; φ 为管道倾角 ($^\circ$); J 为水力损失, m .

压力波速 a 计算式^[5]为

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{KD}{Ee}}}, \quad (3)$$

式中: K 为流体弹性模量; E 为管道弹性模量; e 为管道壁厚, 且在模型中, 同时考虑了管道和流体的可压缩性; ρ 为密度 kg/m^3 .

在 1D 恒定摩阻模型中, 只考虑管道的稳态摩阻 J_q , 即

$$J = J_q = \frac{f}{D} \frac{v |v|}{2g}, \quad (4)$$

式中: D 为管道直径, m ; f 为管道的达西-维斯巴赫摩阻系数.

而在 1D 非恒定摩阻模型中, 同时考虑了管道的稳态摩阻 J_q 和非恒定摩阻 J_u ,

$$J = J_q + J_u, \quad (5)$$

其中, 非恒定摩阻 J_u 为

$$J_u = \frac{k}{g} \left[\frac{\partial v}{\partial t} + a \operatorname{sign} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial v}{\partial x} \right], \quad (6)$$

式中: k 为 Brunone 摩阻系数; sign 为符号函数, 采用计算式为

$$\operatorname{sign} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \begin{cases} 1, & \frac{\partial v}{\partial x} \geq 0, \\ -1, & \frac{\partial v}{\partial x} < 0. \end{cases} \quad (7)$$

1.2 特征线法

基于特征线法, 将一维恒定摩阻模型的偏微分方程 (1) (2) 转化为沿着正负特征线的常微分方程 (8) (9), 即

$$C + \begin{cases} \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + \frac{fv}{2D} |v| = 0, \\ \frac{dx}{dt} = +a, \end{cases} \quad (8)$$

$$C - \begin{cases} -\frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + \frac{fv}{2D} |v| = 0, \\ \frac{dx}{dt} = -a. \end{cases} \quad (9)$$

一维非恒定摩阻模型的相应常微分方程表示为

$$C + \begin{cases} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}k \left[1 - \operatorname{sign} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]} \frac{a}{g} \frac{dv}{dt} + \\ \frac{1}{1 + \frac{1}{2}k \left[1 - \operatorname{sign} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]} \frac{af}{2gD} v |v| = 0, \\ \frac{dx}{dt} = \frac{a}{1 + \frac{1}{2}k \left[1 - \operatorname{sign} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]}, \end{cases} \quad (10)$$

$$C - \begin{cases} \frac{dH}{dt} - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}k \left[1 + \operatorname{sign} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]} \frac{a}{g} \frac{dv}{dt} - \\ \frac{1}{1 + \frac{1}{2}k \left[1 + \operatorname{sign} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]} \frac{af}{2gD} v |v| = 0, \\ \frac{dx}{dt} = \frac{a}{1 + \frac{1}{2}k \left[1 + \operatorname{sign} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]}. \end{cases} \quad (11)$$

将 1D 水锤方程组 (8) (9) 和 (10) (11) 进一步转化为差分方程组, 并利用 C++ 编程求解, 得到有压管道 1D 瞬变过程中管道任意断面的水头 H 和流量 Q 随时间变化的规律.

1.3 计算模型和工况

利用 MARTINS 等^[21] 的试验数据对上述数值方法的准确性进行验证. 如图 1 所示, 试验系统包括 1 个具有恒定水头的上游水箱、1 根铜管和 1 个位于管道下游端部的球阀. 管道中的瞬变流是由阀门的快速关闭引起的, 关阀时长为 14 ms. 使用位于阀门上游 (PT₁) 和整个管道中部 (PT₂) 的 2 个压力传感器测量压力变化, 数据采集频率为 3 kHz. 图中的 X , Y 和 Z 坐标分别表示流动的轴向、垂直和水平方向.

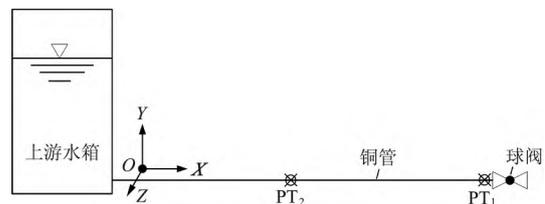


图 1 几何模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of geometric model

管道系统主要参数: 管长 $l = 15.22$ m, 壁厚 $e = 1$ mm, 管道直径 $D = 20$ mm. 水锤波速为 1 250 m/s. 对试验中 3 种不同初始流动工况进行计算和分析. 主要的参数如表 1 所示, 表中 v_0 为初始流速, Re 为初始雷诺数, H_0 为上游水箱水头.

表 1 测试工况初始流动参数
Tab.1 Initial flow parameters of test conditions

测试工况	$v_0 / (m \cdot s^{-1})$	Re	H_0 / m
Case1	0.228	4 540	46.14
Case2	0.306	6 089	45.36
Case3	0.384	7 638	44.66

2 试验结果和讨论

2.1 1D 摩阻模型适用性研究

由 Case1 工况的计算得到 PT₁ 测压点的瞬时压力演变与试验数据对比,如图 2 所示。

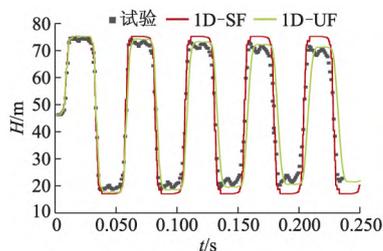


图 2 Case1 工况 PT₁ 压力随时间变化

Fig.2 PT₁ pressure variations over time under Case1 working condition

从图 2 可以看出,在压力演变的第 1 个周期,1D-SF 和 1D-UF 模型预测的振幅和相位都与试验数据接近.这说明 2 个模型对于阀门关闭引起的压力升高以及此后由上游水箱返回的降压波的计算具有较好的精度.进一步提取 0~0.050 s 的数据,如图 3 所示,可以看出第 1 个压力波周期内 2 种模型的预测曲线几乎重合,并且与试验测试值相差很小。

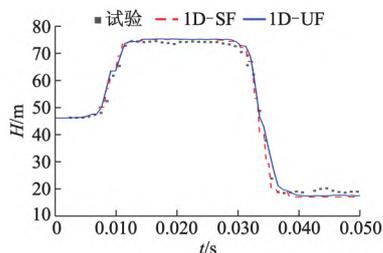


图 3 Case1 工况 PT₁ 压力随时间变化(0~0.050 s)

Fig.3 PT₁ pressure variations over time under Case1 working condition(0~0.050 s)

在第 1 个压力波周期后,随着水锤波在管道内的传播,试验测试得到的压力波逐渐衰减,压力波幅值不断减小.然而,1D-SF 模型仅仅精确预测了第 1 个压力峰值,在第 1 个压力峰值后,水锤波的幅值几乎没有减小,模型预测结果与试验数据的误差在之后的 4 个水锤波周期内不断增大.与之相比,1D-

UF 模型预测得到的压力幅值与试验值符合较好,基本预测到了第 1 个周期之后的压力波衰减.在低流速的 Case1 工况,1D-SF 模型和 1D-UF 模型均准确预测到了第 1 个周期内的压力波动,但 1D-SF 模型几乎没有预测到第 1 个周期之后的压力耗散,而 1D-UF 模型对压力耗散的预测也和试验值较吻合.1D-SF 模型和 1D-UF 模型在 0.220 s 附近的压力峰值相对误差分别为 10.3% 和 4.7%,并且误差值会随着时间增长逐渐增大。

为了验证 2 种模型在瞬变压力的预测效果在相对较高流速工况下是否相同,进一步对 Case2 和 Case3 工况的压力演变进行了分析。

图 4 和图 5 分别为 Case2 和 Case3 工况的计算结果与试验结果对比.对于 Case2 和 Case3,压力波的整体演变过程与 Case1 基本相似.然而由于管道内初始流速更高,因此压力峰值也更大.1D-SF 模型对压力峰值预测的相对误差在 Case2 和 Case3 工况均大于 1D-UF 模型,这说明在高流速工况下,1D-UF 模型对于管道瞬变流动的预测仍然与试验值吻合较好。

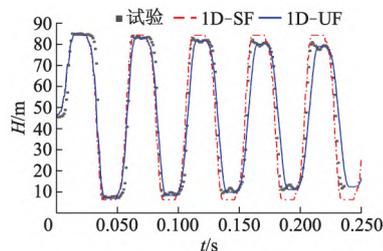


图 4 Case2 工况 PT₁ 压力随时间变化

Fig.4 PT₁ pressure variations over time under Case2 working condition

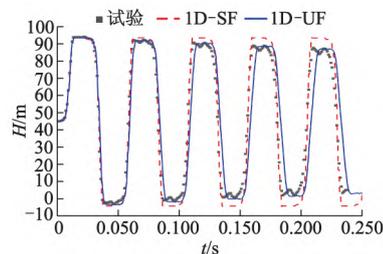


图 5 Case3 工况 PT₁ 压力随时间变化

Fig.5 PT₁ pressure variations over time under Case3 working condition

2.2 管道中点压力瞬变特性

利用 1D-UF 模型,对于管道中点的压力瞬变特性进行了分析.图 6—8 分别为由 1D-SF 模型和 1D-UF 模型预测得到的 Case1,Case2 和 Case3 工况管道中点压力演变。

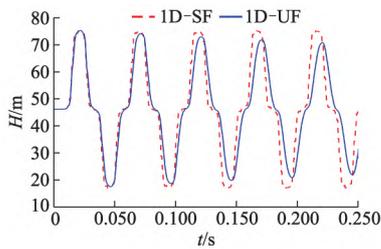


图 6 Case1 工况 PT₂ 压力随时间变化
Fig.6 PT₂ pressure variations over time under Case1 working condition

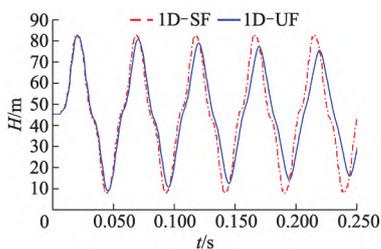


图 7 Case2 工况 PT₂ 压力随时间变化
Fig.7 PT₂ pressure variations over time under Case2 working condition

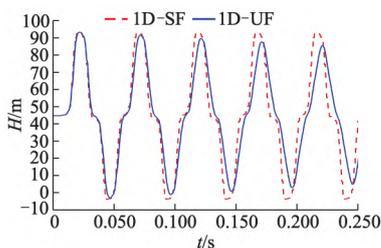


图 8 Case3 工况 PT₂ 压力随时间变化
Fig.8 PT₂ pressure variations over time under Case3 working condition

在 Case1 工况 根据压力波的演变特性,可以将 1 个完整压力波周期分为 4 个阶段.

第 1 阶段: 阀门快速关闭,离阀门较近的上游处流动首先停止,在该处引起了升压波,该升压波向上游传播,其传播到的地方压力增加,当 $t=0.006$ s 时,升压波传到管道中点处,导致此处压力开始急剧升高.直至 $t=0.012$ s 时,升压波传至上游水箱,使得整个管道内为增压状态.

第 2 阶段: 第 1 个阶段的升压波传至上游水箱时,由于水箱内的压力保持恒定,而管道内的液体压力大于上游水箱,从而产生压差,在压差作用下,使得上游水箱处产生与原先流速相反的水流,在其作用下,管路内压强恢复至原来压力值.该过程即压力波的全负反射,升压波在水箱处转换为降压波,并向下游传播,在 $t=0.024$ s 时,降压波传至管道中点,使得管道中点处压力快速下降至原先压力值.直至 $t=0.030$ s 时,降压波传至阀门,整个管道内压力

恢复至原始值.

第 3 阶段: 第 2 个阶段的降压波传播至阀门处,此时管道内的流速与初始流速方向相反,而阀门已完全关闭,阀门处微小流段速度变化为 0,在此处引起了降压波,即第 2 阶段的降压波在阀门处被反射,从而改变方向,向上游传播,在 $t=0.036$ s 时,该降压波传播至管道中点,造成此处压力骤降.到 $t=0.042$ s 时,降压波再次传至上游水箱处,此时整个管道均为降压状态.

第 4 阶段: 第 3 个阶段的降压波传播至上游水箱处,水箱内的压力大于管道内压力,在该压差影响下,上游水箱处产生和原先流动方向相同的流速,管路内的压力恢复至原先压力值,即降压波在此处发生全负反射,转换为升压波,该升压波继续向下游传播,在 $t=0.048$ s 时,升压波传至管道中点,而在 $t=0.054$ s 时,升压波传至阀门处,导致整个管道内的压力恢复至与初始值接近的状态.

以上即为 1 个完整压力波周期内 4 个阶段压力波的演变特性,在此之后,压力波在管道内不断循环,但由于受到管道摩阻和瞬时摩阻的作用,压力幅值不断减小,压力波动不断减弱,最终在管道内消失.在 Case2 和 Case3 工况,管道中点处的压力波瞬变特性与 Case1 基本相似,只是由于初始流速更高,压力幅值更大.

3 结 论

1) 恒定摩阻模型和非恒定摩阻模型在压力波第 1 个周期内的压力变化预测值均与试验值较为接近.在考虑到阀门关闭过程压力升高的情况下,2 种模型对于第 1 个压力波周期内幅值和相位的预测值均与试验值吻合较好.

2) 在第 1 个压力波周期以后,MIAB 模型能很好地预测管道内不同位置、不同初始流速工况下的压力波幅值和相位,在低流速工况,预测阀门处压力峰值与试验值误差为 4.7%,相比于恒定摩阻模型 10.3% 的误差,预测精确度大幅提高.2 种模型的计算精度主要体现在对于第 1 个压力波周期后压力波衰减的预测上.

3) 根据压力波传播特性,1 个完整水锤波周期可以分为 4 个阶段,并且压力波在这 4 个阶段内不同位置处的传播和反射特性存在明显不同.在水箱处,由于水箱和管道内的压强差,导致压力波在此处形成全负反射,即第 1 阶段向上游传播的升压波

转换为方向相反的降压波,而第 3 阶段的降压波转换为方向相反的升压波.而在阀门处,由于阀门完全关闭后,紧靠阀门的微流段速度变化为 0,因此第 2 阶段的降压波在阀门处仅仅改变方向,转换为向上游传播的降压波.

参考文献(References)

- [1] 李小周,朱满林,陶灿. 空气阀型式对压力管道水锤防护的影响[J]. 排灌机械工程学报, 2015, 33(7): 599-605.
LI Xiaozhou, ZHU Manlin, TAO Can. Impacts of type of air valve on water hammer protection in pressurized pipelines[J]. Journal of drainage and irrigation machinery engineering(JDIME), 2015, 33(7): 599-605. (in Chinese)
- [2] 方聪, 邹军, 刘冰, 等. 快速上浮脱险加压控制策略研究及实现[J]. 机械科学与技术, 2016, 35(11): 1691-1697.
FANG Cong, ZOU Jun, LIU Bing, et al. Exploring and implementing control strategy of a pressurizing control system for fast buoyancy escape[J]. Mechanical science and technology for aerospace engineering, 2016, 35(11): 1691-1697. (in Chinese)
- [3] 姚青云, 李志敏. 事故停泵水锤对压力管道的影响[J]. 排灌机械, 2006, 24(6): 45-48.
YAO Qingyun, LI Zhimin. Effect of water hammer to pressure pipes for pump accidents[J]. Drainage and irrigation machinery, 2006, 24(6): 45-48. (in Chinese)
- [4] ADAMKOWSKI A, JANICKI W, LEWANDOWSKI M. Measurements of discharge through a pump-turbine in both flow directions using volumetric gauging and pressure-time methods[J]. Energies, 2020, 13(18): 4706.
- [5] 金锥, 姜乃昌, 汪兴华, 等. 停泵水锤及其防护[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2004.
- [6] KORBAR R, VIRAG Z, ŠAVAR M, et al. Truncated method of characteristics for quasi-two-dimensional water hammer model[J]. Journal of hydraulic engineering, 2014, 140(6): 04014013.
- [7] WU Guohong, DUAN Xiangyu, ZHU Jianghui, et al. Investigations of hydraulic transient flows in pressurized pipeline based on 1D traditional and 3D weakly compressible models[J]. Journal of hydroinformatics, 2021, 23(2): 231-248.
- [8] ZIELKE W. Frequency-dependent friction in transient pipe flow[J]. Transactions of ASME journal of basic engineering, 1968, 90(1): 109.
- [9] VARDY A E, BROWN J M B. Transient turbulent friction in smooth pipe flows[J]. Journal of sound and vibration, 2003, 259(5): 1011-1036.
- [10] VARDY A E, BROWN J M B. Transient turbulent friction in fully rough pipe flows[J]. Journal of sound and vibration, 2004, 270(1/2): 233-257.
- [11] GHIDAOUI M S, MANSOUR S. Efficient treatment of the Vardy-Brown unsteady shear in pipe transients[J]. Journal of hydraulic engineering, 2002, 128(1): 102-112.
- [12] BRUNONE B, GOLIA U M, GRECE M. Effects of two-dimensionality on pipe transients modeling[J]. Journal of hydraulic engineering, 1995, 121(12): 906-912.
- [13] URBANOWICZ K, ZARZYCKI Z, KUDZMA S. Universal weighting function in modeling transient cavitating pipe flow[J]. Journal of theoretical and applied mechanics, 2012, 50(4): 889-902.
- [14] VITKOVSKY J P, BERGANT A, SIMPSON A R, et al. Systematic evaluation of one-dimensional unsteady friction models in simple pipelines[J]. Journal of hydraulic engineering, 2006, 132(7): 696-708.
- [15] MITOSE K, MARE K, SZYMKIEWICZ Z, et al. Reservoir influence on pressure wave propagation in steel pipes[J]. Journal of hydraulic engineering, 2016, 142(8): 06016007.
- [16] MENICONI S, BRUNONE B, FERRANTE M, et al. Transient hydrodynamics of in-line valves in viscoelastic pressurized pipes: long-period analysis[J]. Experiments in fluids, 2012, 53: 265-275.
- [17] BRUNONE B, BERNI A. Wall shear stress in transient turbulent pipe flow by local velocity measurement[J]. Journal of hydraulic engineering, 2010, 136(10): 716-726.
- [18] BRITO M, SANCHES P, FERREIRA R M L, et al. Experimental study of the transient flow in a coiled pipe using PIV[J]. Journal of hydraulic engineering, 2017, 143(3): 04016087.
- [19] DOORNE C W H, WESTERWEEL J. Measurement of laminar, transitional and turbulent pipe flow using Stereoscopic-PIV[J]. Experiments in fluids, 2007, 42: 259-279.
- [20] EGGELS J G M, UNGER F, WEISS M H, et al. Fully developed turbulent pipe flow: a comparison between direct numerical simulation and experiment[J]. Journal of fluid mechanics, 1994, 268(1): 175-209.
- [21] MARTINS N M C, SOARES A K, RAMOS H M, et al. CFD modeling of transient flow in pressurized pipes[J]. Computers and fluids, 2016, 126: 129-140.